



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACION DOCENTE N° 813
Remigio Nogués S/N CP. 9211 - Telefax. 499-748 RPV 5064 - Lago Puelo-CHUBUT
Email: isfd813@isfd813lagopuelo.edu.ar www.isfd813lagopuelo.edu.ar

PLANIFICACIÓN ANUAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II - 2011

Carrera: Profesorado de Matemáticas
Docente: Luis Belloli

1.- Fundamentos teóricos de la propuesta.

Análisis Matemático II es una asignatura troncal dedicada esencialmente al estudio de las funciones de varias variables reales, no sin antes dedicar un tiempo al cálculo integral con una variable en todas sus formas, comenzando con el concepto elaborado y desarrollado por Cauchy y Riemann, para luego concentrarnos en el cálculo de primitivas por regla de Barrow o por las formulas de Wallis y de Stirling.

Además se destacan los diferentes métodos para resolver ecuaciones diferenciales, ordinarias de primer orden, lineales y algunas no lineales, las lineales de orden n , dándole mayor énfasis a las de coeficientes constantes.

El núcleo de la asignatura está dedicado al Cálculo Diferencial e Integral en varias variables reales junto con los requisitos topológicos que le dan fundamento. En esta asignatura, que sirve de base para el estudio de temas más avanzados del Análisis Matemático tratados en cursos posteriores, se completa y culmina el estudio de los contenidos de carácter troncal referentes al cálculo diferencial con funciones de una variable real iniciados en Análisis Matemático I. Al haber tratado en dicho curso, la topología de \mathbb{R}^n utilizando solo la estructura métrica básica de \mathbb{R}^n , esto permite que la transición a otros espacios métricos como el espacio de las funciones continuas sea casi automática.

En cuanto al cálculo diferencial para funciones de varias variables, se da un buen tratamiento de los máximos y mínimos, del que pueden desarrollarse análisis tan complejos como con el lema de Morse. En el cálculo de integrales de Riemann, he considerado además agregar las contribuciones realizadas por Lebesgue como otra manera de "observar" y calcular las integrales, además de su aplicación a los conjuntos de medida nula.

Por otro lado el desarrollo de Taylor para dos variables y luego su generalización, proporcionarán la posibilidad de obtener por medio de término complementario de Schlömilch, o el de Lagrange, para determinados parámetros la forma dada por Cauchy.

El análisis de las singularidades en las soluciones de las ecuaciones de Bernoulli, Lagrange y Clairaut permitirán a los estudiantes comprender acabadamente el funcionamiento de las ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden, con amplia aplicación a la Mecánica y a la Física en general.

Los temas que integran esta cátedra son clásicos y de reconocida utilidad en diversos campos del saber científico y en particular en los profesados tanto de Matemáticas como de Física, por lo que se suelen enseñar, con mayor o menor profundidad, en todas las titulaciones de carácter científico.

La apropiación conceptual de los núcleos del cálculo infinitesimal progresa en secuencia análoga al devenir histórico del análisis. El alto nivel de abstracción de la idea de paso al límite, de infinitesimal, de diferencial y de integral en varias variables hace que la comprensión sólo sea posible a partir de una concepción algebraica sólida. En palabras de Julio Rey Pastor: "*mostrar apresuradamente las aplicaciones del cálculo infinitesimal es didácticamente equivocado, históricamente absurdo, conceptualmente hipertrofico y científicamente inútil*".

En relación a lo procedimental, y poniendo el énfasis en la enseñanza constructivista se favorecerá el trabajo colaborativo y cooperativo para preparar a nuestros alumnos para el mundo que tendrán que enfrentar su etapa educativa-formativa. En este marco cobran especial relevancia aspectos actitudinales como la ética, la igualdad, el respeto a la democracia y a la participación, y la valoración del diálogo como medio de relación con otros.

Los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para proveer a sus alumnos las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI.

En 1998, el Informe Mundial sobre la Educación de la Unesco, "Los docentes y la enseñanza en un mundo en mutación", describió el profundo impacto de las TIC en los métodos convencionales de enseñanza y de aprendizaje, augurando también la transformación de los procesos de enseñanza y aprendizaje y la forma en que docentes y alumnos acceden al conocimiento y la información. Por lo que he considerado indispensable trabajar con la TIC y articular con la cátedra de Nuevas Tecnologías aplicadas a la Enseñanza de la Matemática.

Ésta propuesta posee una articulación vertical de los contenidos a desarrollar en el siguiente año en éste espacio curricular; y una articulación horizontal de los contenidos interdisciplinarios de otros espacios curriculares (Geometría I y II).

2.- Objetivos.

Objetivos generales

Que los estudiantes, futuros docentes:



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACION DOCENTE N° 813
Remigio Nogués S/N CP. 9211 – Telefax. 499-748 RPV 5064 - Lago Puelo-CHUBUT
Email: isfd813@isfd813lagopuelo.edu.ar www.isfd813lagopuelo.edu.ar

- Reconozcan la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vista contrapuestos y complementarios: determinista/aleatorio, finito/infinito, exacto/aproximado.
- Tengan dominio conceptual de los contenidos a enseñar.
- Reconozcan, en contextos diversos, la significatividad de conceptos y formas de aproximación al objeto matemático.
- Infieran, a partir de la resolución estratégica de problemas, la génesis y procesos constructivos de conceptos centrales inherentes a los contenidos a enseñar.
- Comuniquen resultados y validen conclusiones.

Objetivos específicos

Que los estudiantes, futuros docentes:

- Reconozcan los ejes conceptuales articuladores del currículum.
- Expresen relaciones en modelos matemáticos mediante lenguaje coloquial, gráfico, geométrico y algebraico.
- Seleccionen y apliquen el modelo matemático que resuelve un problema.
- Comprueben y demuestren conjeturas sencillas, identificando razonamientos implicados.
- Muestre disposición para revisar sus creencias, para cambiarlas frente a argumentos sólidos o sostenerlas bajo convicción racionalmente fundada.
- Muestre responsabilidad frente al necesario desarrollo de sus propias competencias inherentes al aprendizaje autónomo.
- Utilice las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la resolución de problemas.
- Reconozca la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vista contrapuestos y complementarios: determinista/aleatorio, finito/infinito y exacto/aproximado.
- Actúe, en situación de resolver problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la representación bajo registros diversos y la validación de los resultados.
- Elabore estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos, y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.
- Calcule e interprete la integral según el criterio de Cauchy.
- Aprenda el concepto de área como resultado del cálculo de integrales definidas por los distintos métodos directos e indirectos, exactos y/o aproximados.
- Conjete y analice el comportamiento de las ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Expresa la variación de modelos funcionales de varias variables como conclusión del análisis efectuado con la derivación parcial.
- Conozca la noción de espacio tangente a una curva o superficie y sepa obtener sus ecuaciones cuando esta viene dada en forma explícita, implícita o paramétrica.
- Conozca la noción general de subvariedad diferenciable de R^n y la de espacio tangente a la misma en un punto.
- Analice las propiedades locales y globales de regularidad para funciones de varias variables.
- Razone con inversas locales y con funciones definidas implícitamente.
- Maneje adecuadamente los sistemas de coordenadas curvilíneas usuales y utilícelas para efectuar cambios de variable en operadores diferenciales, resolver ecuaciones funcionales sencillas y calcular integrales múltiples.
- Conozca y sepa utilizar los resultados clásicos sobre continuidad, y derivabilidad de funciones definidas mediante series o integrales que dependen de un parámetro.
- Conozca y utilice algún programa de representación gráfica de curvas y superficies en el espacio ordinario para interpretar geoméricamente los conceptos básicos de la materia.
- Conozca y utilice la web y en particular la web2.0 (blog, plataforma), como espacio de enseñanza y aprendizaje.
- Conozca y utilice herramientas informáticas para cálculo, representación, etc. de funciones en forma exacta o aproximada, calcule integrales y raíces de polinomios en forma iterada.

3.- Contenidos.

Unidad 1: Métodos de Aproximación. Ritmo de cambio. Teoremas de Valor Medio. Límites Indeterminados. Regla de L'Hospital. Aproximación por los métodos de Newton, Fourier y Bisección. Aproximación por los métodos de Taylor y MacLaurin.

Unidad 2: Concepto de integral: Noción de área en el plano. La integral de Cauchy. El área del trapecioide. La integral definida. Cálculo directo de algunas integrales. Propiedades de la integral definida. Teorema del valor medio. La integral según Riemann, y Lebesgue. Integrales inferior y superior.



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACION DOCENTE N° 813
Remigio Nogués S/N CP. 9211 - Telefax. 499-748 RPV 5064 - Lago Puelo-CHUBUT
Email: isfd813@isfd813lagopuelo.edu.ar www.isfd813lagopuelo.edu.ar

Unidad 3: Integral y primitiva: La función integral y su derivada. Regla de Barrow. Sobre la aplicación de la regla de Barrow. Integrales generalizadas. Primitivas inmediatas. Integración por descomposición. Integración por sustitución. Integrales calculables por sustitución. Integración por partes. Funciones racionales. Irracionales algebraicos. Funciones racionales de las funciones circulares. Integrales calculables mediante primitivas.

Unidad 4: Áreas y volúmenes y curvas planas: Áreas en coordenadas cartesianas. Áreas en coordenadas polares. Volumen de un sólido de revolución. Volumen por secciones. Área de una superficie de revolución. Longitud de un arco. Vector ds . Cosenos directores de la tangente. Rectificación de la elipse.

Unidad 5: Integración Aproximada: Fórmula de los trapecios. Método de Simpson.

Unidad 6: Series: Propiedades. Criterios de convergencia. Series con términos reales y complejos. Series de potencias. Campo y radio de convergencia. Series de funciones. Criterios de convergencia. Desarrollo en series de Taylor y Mac-Laurin.

Unidad 7: Ecuaciones diferenciales de primer orden: Ecuación del movimiento de un cuerpo, siendo la resistencia del medio proporcional a la velocidad. Ecuación de la catenaria. Ecuaciones diferenciales de primer orden. Ecuaciones con variables separadas y separables. Problema de la desintegración del radio. Ecuaciones homogéneas de primer orden. Ecuaciones que se reducen a ecuaciones homogéneas. Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuación de Bernoulli. Ecuaciones en diferenciales totales. Factor integrante. Envolvente de una familia de curvas. Soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales de primer orden.

Unidad 8: Funciones de varias variables reales: Variables independientes y dependientes. Representación gráfica: curvas o superficies de nivel. Tipos elementales de funciones de varias variables. Conjuntos puntuales: clasificación de puntos. Recintos. Límite doble. Límites sucesivos y límite en una dirección. Funciones continuas: propiedades. Infinitésimos.

Unidad 9: Derivadas y diferenciales primeras: Derivación parcial. Teorema del valor medio o de los incrementos finitos y consecuencias. Aplicación al cálculo aproximado. Funciones diferenciables. Significado geométrico de la diferencial: plano tangente. Derivada direccional. Gradiente. Funciones compuestas de una variable independiente. Derivadas y aplicaciones. Funciones compuestas de varias variables independientes. Funciones homogéneas. Teorema de Euler. Función implícita de una variable independiente. Función implícita de varias variables independientes. Derivada. Plano tangente. Sistemas de funciones implícitas. Inversión y cambio de variables. Discriminación de variables dependientes e independientes. Función definida por una ecuación. Funciones definidas por un sistema de ecuaciones. Dependencia funcional. Dependencia lineal: Wronskiano.

Unidad 10: Derivación sucesiva y fórmula de Taylor: Derivación sucesiva. Conmutabilidad de la derivación sucesiva. Diferenciales totales sucesivas: fórmula simbólica. Derivadas y diferenciales sucesivas de las funciones implícitas. Fórmula de Taylor para dos variables. Generalización para más variables. Extremos relativos: Definiciones. Funciones de dos variables: condiciones necesarias. Condiciones suficientes de extremo relativo. Caso general en funciones de dos variables. Extremos relativos de las funciones de tres variables. Lema de Morse. Interpretación geométrica y discusión. Extremos libres en el caso general. Extremos de funciones con variables ligadas. Método de los multiplicadores de Lagrange.

4.- Evaluación.

La evaluación debe ser formativa y desde una dimensión ética, de procesos y productos, y dadas por etapas: al inicio, durante y al finalizar el proceso de enseñanza. Identificando ideas previas, habilidades de razonamiento para la resolución de problemas y elección de estrategias.

Las situaciones problemáticas que se plantearán seguirán los siguientes lineamientos:

- Ser planteadas dentro de un contexto comprensible para los alumnos
- Ser resolubles por los alumnos haciendo uso de conocimientos anteriores y construir nuevos conocimientos a partir de saberes previos
- Ser propuestas abiertas para que se generen diversidad de alternativas de solución
- Ser desafiantes para los alumnos, esto es, que se apropien de la situación como propia
- Estar articuladas con el resto de la planificación y/o proyecto de trabajo, manteniendo una unidad coherente
- Permitir que se llegue a un diseño y en consecuencia un producto que satisfaga la necesidad generada por el problema

Instrumentos Evaluativos (grupales o individuales):

Respecto de los instrumentos, en etapa procesual se proponen situaciones-problema de complejidad creciente, resolubles con predominancia de la analogía –los más simples- e inferencia y re-inversión estratégica (los más complejos). En esta etapa (procesual), se torna central la producción de aprendizaje por la re-orientación a partir del error. El docente registra la evolución de las habilidades en el plano de la cognición y la manifestación de actitudes.



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACION DOCENTE N° 813
Remigio Nogués S/N CP. 9211 - Telefax. 499-748 RPV 5064 - Lago Puelo-CHUBUT
Email: isfd813@isfd813lagopuelo.edu.ar www.isfd813lagopuelo.edu.ar

En etapa de síntesis, los instrumentos se diseñan, en general, con base semi-estructurada. La secuencia de los ítems muestra complejidad creciente. El nivel de corte se asigna a la resolución de problemas que pueden ser resueltos por analogía con los desarrollos y problemas resueltos y consultados en clase. De allí en más, los planteos requieren estrategias complejas.

De esta manera, el instrumento adquiere fidelidad, en tanto comprende la adquisición diversa, suministra información confiable por medio de múltiples indicadores y se constituye en instancia de aprendizaje.

Los instrumentos que se utilizarán serán los siguientes:

- Resolución de trabajos prácticos, cuestionarios y/o teoremas de creciente complejidad, en aula virtual.
- Parciales escritos.

Criterios de Evaluación:

Entendiendo que Criterios de Evaluación se denomina a las decisiones didácticas que se adoptan para el diseño de los instrumentos evaluativos – en cuanto a sus modos y contenidos, y desde los cuales luego se juzgan las producciones de los alumnos.

- Resolución correcta de planteos análogos a los resueltos en clase, de alta y media complejidad.
- Identificación precisa del modelo que resuelve.
- Validación de conclusiones y/o resultados.
- Consistencia y fundamentación para la elección de los parámetros para la resolución de problemas.
- Utilización de procesos lógico-deductivos.
- Valoración de la interacción de la Matemática y otras ciencias.
- Utilización y precisión en el uso del lenguaje específico, coloquial, gráfico y simbólico.
- Capacidad de abstracción.

CRITERIOS DE ACREDITACIÓN

- **Promociona el espacio curricular:**
 - a) Si responde el 60% de los trabajos prácticos, demostraciones y/o cuestionarios en tiempo y forma, presentados especialmente en la plataforma.
 - b) Acreditación de las instancias parciales (mínimo dos), con nota no inferior a siete (7). La promoción se podrá sostener, aún si el estudiante debiera recuperar una y sólo una, instancia de parcial.
- **Aprueba la cursada:**
 - a) 80% de asistencia a las clases.
 - a) Si responde el 60% de los trabajos prácticos, demostraciones y/o cuestionarios en tiempo y forma, presentados especialmente en el blog y/o plataforma.
 - b) Si aprueba un parcial con nota igual a 4 (cuatro), 5 (cinco) o 6 (seis) o la instancia de recuperatorio con nota mayor o igual a 4 (cuatro).
 - c) 80% de asistencia a las clases.
 - d) Rinde examen final en alguna de las cinco fechas consecutivas una vez de terminada la cursada.
- **Desaprueba, pierde la cursada:**
 - a) Por no responder el 60% de los trabajos prácticos, demostraciones y/o cuestionarios en tiempo y forma, presentados especialmente en el blog y/o plataforma o
 - b) Si obtiene en el parcial una nota menor a 4 (cuatro) o
 - c) Si tiene menos del 80% de asistencia a las clases.

5.- Opciones metodológicas.

Actividad I

Objetivo: Enseñar Aplicaciones geométricas de la integración - Área entre dos curvas.

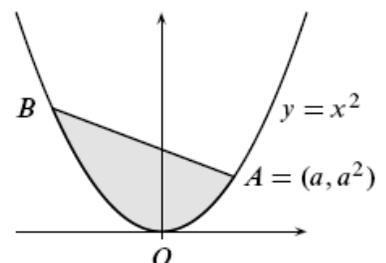
Secuencia:

Contenidos previos:

- Resolución de intersección entre funciones.
- Determinación de extremos de una función.
- Determinación del crecimiento-decrecimiento de una función
- Concepto de área plana y su generalización para casos especiales.
- Métodos de Integración.

Se les propone a los estudiantes el siguiente problema: *Calcula para $a > 0$ por la condición de que el sector parabólico OAB de la fig. tenga área mínima. El punto B es la parábola $y = x^2$ con su normal en el punto $A = (a, a^2)$.*

Evaluación:





MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACION DOCENTE N° 813
Remigio Nogués S/N CP. 9211 - Telefax. 499-748 RPV 5064 - Lago Puelo-CHUBUT
Email: isfd813@isfd813lagopuelo.edu.ar www.isfd813lagopuelo.edu.ar

- Utilización de las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la resolución de problemas.
- Validación (que, cuando y como)
- Elabore estrategias personales para el análisis de la situación concreta y la identificación y resolución del problema, utilizando distintos recursos e instrumentos, y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.

Actividad II

Objetivo: Enseñar resolución de problemas que implican ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

Secuencia:

Contenidos previos:

- Métodos de integración.
- Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- Método de Cauchy para condiciones iniciales y su interpretación geométrica.
- Método de Separación de Variables.

Se les propone a los estudiantes el siguiente problema: *El isótopo radiactivo plutonio 241 decae de forma que satisfaga la ecuación diferencial $\frac{dQ}{dt} = -0,0521Q$ en donde Q se mide en miligramos y t en años: a) Determinar el período de semidesintegración τ (es el tiempo que transcurre hasta que se desintegre la mitad del material radiactivo, $Q_0/2$) del plutonio 241; b) Si en este momento se cuenta con 50 mg de plutonio, ¿Cuánto quedará en 10 años?*

Evaluación:

- Utilización de las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la resolución de problemas.
- Validación (que, cuando y como)
- Elabore estrategias personales para el análisis de la situación concreta y la identificación y resolución del problema, utilizando distintos recursos e instrumentos, y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.

ISFD N°813
LAGO PUELO - CHUBUT
INSTITUTO SUPERIOR
DE FORMACIÓN DOCENTE