

Proyecto para cubrir el espacio curricular: “*Geometría II*” *Profesorado de Matemática*

“Instituto Superior de Formación Docente Nº 813 Lago Puelo - Chubut”

Autor: Profesor de Matemática Marcelo Javier Ponce

Fecha: Marzo de 2011.-

Fundamentación de la Propuesta: La Geometría es una rama más antigua de la Matemática, toda la información que recibimos del mundo que nos rodea, todo lo que vemos, oímos y tocamos lo procesamos en primera instancia en términos geométricos.

Las leyes de la Geometría no son dadas a priori, podemos asegurar a priori que es imposible percibir una recta que posea dos paralelas por un mismo punto; nuestra intuición geométrica nos permite decidir inmediatamente la falsedad o verdad de un gran número de afirmaciones. A su vez, de todas ellas se sigue mediante razonamientos lógicos un cuerpo de teoremas no menos numerosos, que si nuestra intuición no alcanza a validar directamente, al menos los corrobora en instancias particulares. La naturaleza encuentra mil maneras para revestirse de formas geométricas y casi expresarse en ellas, “*Hacer Geometría*” es estudiar las figuras en sí y por sí misma, en su esencia intrínseca.

Estudiar esas figuras geométricas implica precisar un concepto, por ello esta propuesta de trabajo pretende que el futuro profesor de Matemática adquiera una rigurosa y eficaz formación profesional que permita la construcción del pensamiento matemático.

La Geometría necesita de un lenguaje técnico, ya que da claridad y precisión, facilita poder de síntesis y sobre todo representa una notable economía de expresión. Pero conocer la Geometría no quiere decir la posesión de la parte algorítmica formal ni de las construcciones geométricas sofisticadas, significa intentar penetrar el espíritu, la esencia, la estructura del pensamiento que le da forma, darse cuenta de la finalidad que se quiere alcanzar y de las orientaciones que se siguen.

Uno de los aspectos sorprendentes de la matemática del siglo veinte ha sido el reconocimiento del poder de un método abstracto. Ha hecho nacer esto un gran cuerpo de nuevos resultados y problemas, y en realidad nos ha conducido a la apertura de nuevas áreas de la matemáticas, de cuya mera existencia no se había ni sospechado.

Con estos nuevos desarrollos se ha llegado a una nueva visión y, junto con ella, nuevas pruebas de resultados.

La Geometría vista desde una perspectiva que profundice conceptos fundamentales, brinda a los futuros docentes la posibilidad de profundizar sus propios conceptos matemáticos, ampliando su marco teórico sobre los contenidos que deberá enseñar.

Trabajar la disciplina en su marco lógico específico y en su consistencia posibilita la adquisición de metodologías de pensamiento variadas, con la posibilidad de realizar “*ejercicios metacognitivos*” muy útiles en la exploración de situaciones didácticas y en la resolución de problemas.

La resolución de problemas ha mostrado la posibilidad de interrelacionar áreas en las que nunca se había pensado que existiera alguna conexión, la Geometría que ha surgido como fruto natural de todo esto, no solamente es una disciplina de vida y rigor independiente, sino que sirve como hilo unificador que entrelaza a casi todas las matemáticas “álgebra, teoría de los números, análisis, topología e incluso matemática aplicada”.

La propuesta de trabajo planteada para esta primera unidad didáctica sienta sus bases en el diseño curricular de la carrera, brindando la posibilidad de instalar la discusión de los temas propuestos en todo momento.

Destinatarios: Alumnos del 2º año del Profesorado en Matemática Instituto Superior de Formación Docente N° 813 de Lago Puelo.

Propósitos:

Realizar demostraciones geométricas utilizando propiedades, instrumentos geométricos y lenguaje específico, para lograr una construcción racional adecuada de los conceptos geométricos expuestos en esta propuesta de trabajo.

Generar espacios que posibiliten el abordaje “Interdisciplinar” y “Multidisciplinar” de los contenidos geométricos a fin de lograr una convergencia de saberes que permita una visión integral de la realidad.

Comprender las nociones geométricas para utilizar modelos geométricos que permitan resolver problemas, con el fin de lograr una correcta aplicación de propiedades.

Programa de Estudios:

Unidad N° 1: El Plano Euclidiano - La recta – Ecuaciones de la recta – Paralelismo y Perpendicularidad – Distancia – Lugares Geométricos – Superficie cónica – Secciones cónicas (definición y clasificación) – Foco, Directriz, Excentricidad, Lugar geométrico – Teorema de Dandelin – Ecuación algebraica de 2º grado en dos variables - Ecuación canónica – Circunferencia, Ecuación determinada por tres puntos, Intersección de recta y circunferencia, Intersección de dos circunferencias, Recta tangente, Circunferencias ortogonales, Ecuación paramétrica de la circunferencia. – Elipse, procedimientos para la construcción, ecuación paramétrica de la elipse. – Hipérbola propiedades, construcción, asíntotas, hipérbolas conjugadas, ecuación paramétrica de la hipérbola. – Parábola, ecuación canónica – Teoremas fundamentales.

Lineamientos de Acreditación Específicos: Establecer una constante relación entre el álgebra y la geometría, definir superficie cónica, construir cónicas con regla y compás, demostrar y explicar teoremas, determinar y trazar rectas tangentes a secciones cónicas, realizar construcciones geométricas con rigurosidad y exactitud, reconocer las propiedades de las secciones cónicas, utilizar el software CABRI II.

UNIDAD N° 2:

Coordenadas Polares - Gráfica de una ecuación polar – Rectas en coordenadas polares – Ecuaciones polares de las cónicas – Excentricidad y coordenadas polares – Otras curvas “Lemniscatas” – Tangentes a curvas en coordenadas polares – Áreas y longitudes en coordenadas polares – Longitud de arco en coordenadas polares y paramétricas – Áreas en coordenadas paramétricas – Rectificación de curvas – Diferencial de arco – Curvatura.

Lineamientos de Acreditación Específicos: Graficar ecuaciones polares, dar la ecuación de rectas y cónicas en coordenadas polares, Calcular longitudes de arcos en coordenadas polares y paramétricas, realizar cálculos de áreas en coordenadas polares y paramétricas, realizar construcciones geométricas.

UNIDAD N° 3:

Sistemas de coordenadas en tres dimensiones – Distancia en tres dimensiones – Vector bidimensional y tridimensional (longitud) – Producto punto, cruz, proyecciones – Ecuación vectorial y paramétrica de la recta – Planos – Vector normal – Ecuación vectorial del plano – Cilindros y superficies cuadráticas – Coordenadas cilíndricas y esféricas – Funciones vectoriales y curvas en el espacio – Longitud de una curva en el espacio – Curvatura.

Lineamientos de Acreditación Específicos: Calcular distancias, determinar producto punto, cruz y proyecciones, determinar la ecuación vectorial y paramétrica de la recta, definir superficies cuadráticas, determinar coordenadas cilíndricas y esféricas, realizar demostraciones, reconocer la necesidad de funciones vectoriales, calcular longitudes de curvas en el espacio.

Unidad N° 4: Tópicos de Geometría II:

- Potencia de un punto respecto de una circunferencia.
- Inversión, propiedades de la inversión.
- Construcciones de Mascheroni.
- Circunferencias ortogonales.
- Trigonometría esférica.
- Nociones de geometría proyectiva.

Bibliografía para el alumno:

P. PUIG ADAM – “Curso de Geometría Métrica” Tomo I, fundamentos- 15ª Edición Madrid 1980.-

P. PUIG ADAM – “Curso de Geometría Métrica” Tomo II, complementos- 12ª Edición Madrid 1981.-

NASSINI Y LOPEZ – “Algebra Lineal y Geometría Analítica” – Universidad Nacional de Rosario, 1995.-

BEPPPO, LEVI – “Leyendo a Euclides” - 3º Edic. Libros del Zorzal, Bs. As 2006.-.

ROSENVASSER FEHER, ELSA – “Simetría” – Edit. Siglo Veintiuno Bs. As. 2009.-

Metodología de Trabajo: Las clases se iniciaran tomando como punto de partida una situación problemática que permita explorar los contenidos propuestos en esta unidad didáctica, el docente realizará explicaciones orales y demostraciones en el pizarrón acompañadas por construcciones geométricas utilizando el programa de aplicación CABRI II. Se incluirán problemas integradores que permitan la articulación con las demás disciplinas y ramas de la Matemática.

Evaluación y Acreditación: El objetivo de la evaluación se orientará a contribuir el desarrollo de un aprendizaje para la comprensión, presentando principalmente dilemas y sugiriendo vías de solución. Se propone una evaluación procesual y continua teniendo presente las consideraciones expuestas en el diseño curricular de la carrera.

Acreditación de la unidad didáctica: 80% de asistencia, aprobar el trabajo práctico de cierre de la unidad didáctica.

Recursos:

Libros – Fotocopias – Apuntes – Tizas – Pizarrón – Calculadora científica – Software de aplicación CABRI II – Fibrones – Computadoras – Afiches – etc.

Tiempo: Unidad N° 1 Abril – Junio, Unidad N° 2 Junio – Setiembre, Unidad N° 3 y 4 Setiembre – Diciembre.

Trabajo Práctico N° 1:

- 1) Considera la recta “L” dada por la ecuación $7x - 3y - 63 = 0$ y el triángulo con vértices $A(-2,7), B(-5,4), C(4,0)$. Cada lado del triángulo es la diagonal de un paralelogramo cuyos lados son paralelos a la recta “L” y al eje “x”.
 - a) Encuentra los vértices de cada uno de los paralelogramos.
 - b) Para cada paralelogramo, encuentra la ecuación de la recta que contiene a la otra diagonal.
 - c) Encuentra las coordenadas del punto en el que se cortan las tres rectas del inciso anterior.
- 2) Considera el triángulo cuyos vértices son $A(0,0), B(5,0), C(0,8)$.
 - a) Encuentra la ecuación de la altura del triángulo que pasa por el origen.
 - b) En el segundo cuadrante construye un cuadrado que tenga B como uno de sus vértices. Llamamos E al vértice opuesto al origen y F al que está sobre el eje “x”.
 - c) En el cuarto cuadrante construye un cuadrado que tenga a A como uno de sus vértices. Llamamos C al vértice opuesto al origen y D al que está sobre el eje “y”.
 - d) Encuentra las coordenadas del punto en donde se cortan las rectas EA y BC y demuestra que está sobre la altura del inciso (a)
 - e) Encuentra la ecuación de la recta que pasa por D y C. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por E y por F. encuentra las coordenadas del punto en donde se cortan estas rectas y demuestra que está sobre la altura del inciso (a).
- f) Un segmento AB de longitud 5 se apoya en los ejes cartesianos, de manera que A está en el eje X y B en el eje Y. Encuentra el lugar geométrico descrito por el punto M del segmento que está a 3 unidades de A, conforme A y B se mueven sobre los ejes. Describe la cónica obtenida.

Observaciones: Tener en cuenta que los triángulos BOA y BPM son semejantes, análogamente para los triángulos BOA y MQA. Recordar la relación pitagórica.
- 3) Consideremos las rectas $y = x$ e $y = -x$. Tomamos el punto $A(4,0)$ y los puntos $P(1,3)$ y $P'(-1,3)$. Por A trazamos una recta cualquiera que corte a $y = x$ en el punto C y a la recta $y = -x$ en el punto C'. Unimos P con C y P' con C', y llamamos M al punto de intersección de estas dos rectas. Encuentra el lugar geométrico descrito por M, cuando la recta CC' gira alrededor de A.

Observaciones: A está en la recta CC', “m” será la pendiente que variará al hacer girar la recta CC' (encuentre la ecuación), como C(x₀, y₀) está en esa recta y en la y=x (resolver el sistema para encontrar las coordenadas de C. Análogamente para C'. Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y C y por P' y C' (escribir ambas en la forma general), las coordenadas de M deben satisfacer el sistema obtenido (determinar “m”). Por último identificar los elementos de la cónica.

- 4) Sea $|\overline{F_1F_2}| = 2c$. Determina el conjunto de puntos P tales que $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2c$ (este ejercicio equivale a suponer que se amplía la definición de elipse, admitiendo que puede ser $c = a$)
- 5) Sea $F_1 = F_2$. Determina el conjunto de puntos P tales que $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$
- 6) Sea $|\overline{F_1F_2}| = 2c$. Determina el conjunto de puntos P tales que $|\overline{F_2P}| - |\overline{F_1P}| = 2c$.
- 7) Parametrizar:
 - a) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 16$ b) $\frac{9}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$ c) $x = y^2 - 4y + 3$
- 8) Determina el área del triángulo definido por las asíntotas de la R_H $9x^2 - 4y^2 = 36$ y la recta $9x + 2y - 24 = 0$

Evaluación y Acreditación: Para la aprobación de los trabajos prácticos el alumno deberá haber resuelto de manera correcta el 70% de los ejercicios propuestos, la fecha de presentación será a convenir con los alumnos y el mismo deberá ser entregado en tiempo y forma.

Una vez realizada la devolución de los prácticos la corrección se realizará de manera conjunta en el pizarrón, teniendo la posibilidad el alumno de aclarar todas las dudas que se presenten, debatiendo sobre soluciones alternativas y recordando propiedades y definiciones fundamentales.

En el caso de la no aprobación el alumno tendrá la posibilidad de realizar un recuperatorio el cual consistirá de una propuesta escrita y una presentación oral de un tema a elección (la fecha de presentación será acordada con los alumnos)

Acreditación de espacio curricular Geometría II:

Promoción de la disciplina: Aprobar los parciales y trabajos prácticos con una nota de 7 o superior y 80% de asistencia a clase.

Aprobación de la disciplina: 80% de asistencia, haber aprobado todos los parciales y trabajos prácticos (incluso recuperatorios) – La mesa final constará de dos partes, una instancia escrita y una instancia oral (teniendo el alumno la posibilidad de elegir un tema para ser expuesto frente al tribunal) la nota final será el producto de la obtenida en la instancia escrita y oral.

Bibliografía:

- DOCUMENTO METODOLÓGICO ORIENTADOR PARA LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA – Año 2008, Org. de los Estado Iberoamericanos.-*
- GUY BROUSSEAU – “Iniciación al estudio de las situaciones didácticas” – Libros del Zorzal, 2007.*
- L. STENHOUSE – “La Investigación como Base de la Enseñanza” – Ediciones Morata S. L. 1993 Madrid 2ª Edición.-*
- P. PUIG ADAM – “Curso de Geometría Métrica” Tomo I, fundamentos- 15ª Edición Madrid 1980.-*
- P. PUIG ADAM – “Curso de Geometría Métrica” Tomo II, complementos- 12ª Edición Madrid 1981.-*
- SADOSKY – GUBER – “Elementos de Cálculo diferencial e Integral” – Edit. Alsina 22ª edición Bs. As. 2004.-*
- TOM A. APOSTOL – “Calculus I” – Edit. Reverté España 2007.-*
- NASSINI Y LOPEZ – “Algebra Lineal y Geometría Analítica” – Universidad Nacional de Rosario, 1995.-*
- MARIA CRISTINA RINAUDO – “Re-conociendo los problemas Educativos en la Universidad” – Cuadernillo N° 3 Córdoba Abril 2007.-*